

CONVECTION NATURELLE AU SEIN D'UN LIQUIDE CONTENU DANS UNE CAPACITE CYLINDRIQUE VERTICALE FERMEE SOUmise A UN CHANGEMENT BRUSQUE DE TEMPERATURE AMBIANTE

H. MOUTON et H. DE ROECK

Laboratoire de Thermodynamique, Université de Nantes, France

(Reçu le 15 juin 1976)

Résumé—Une étude expérimentale et théorique du phénomène de convection naturelle en régime instationnaire est présentée dans le cas d'un liquide contenu dans une enceinte cylindrique verticale isolée à ses extrémités supérieure et inférieure. Une corrélation universelle approchée est proposée. Le cas du liquide à propriétés physiques variables est abordé.

NOMENCLATURE

C_p ,	chaleur massique;
D ,	diamètre intérieur du modèle;
e ,	épaisseur moyenne de la couche limite;
Gr ,	nombre de Grashof local;
Gr_0 ,	nombre de Grashof construit sur $(T_v - T)$ et h ;
Gr_i ,	nombre de Grashof construit sur $(T_v - T_i)$ et h ;
H ,	hauteur du modèle;
h ,	hauteur du liquide;
\dot{m} ,	débit masse dans la couche limite à la cote x ;
\dot{m}_0 ,	débit masse dans la couche limite en surface;
Nu ,	nombre de Nusselt;
Pr ,	nombre de Prandtl;
r ,	rayon au point considéré;
R ,	rayon intérieur du modèle;
t ,	temps;
T ,	température locale;
T_i ,	température initiale;
T_v ,	température finale;
T_p ,	température de paroi;
u ,	vitesse dans la couche limite;
u_c ,	vitesse dans le noyau central;
x ,	cote comptée à partir du bas du modèle;
y ,	distance à la paroi;
Y ,	$= \beta \lambda^2 / \mu \rho C_p^2$;
z ,	cote comptée à partir du niveau supérieur du liquide;
z^+ ,	$= z/h$ cote réduite.

Indices

i ,	valeur prise à l'instant initial;
m ,	valeur moyenne dans le noyau central;
mi ,	grandeurs physiques prises à la température moyenne initiale de la couche limite $(T_i + T_v)/2$;
p ,	valeur prise à la paroi.

L'ETUDE a pour but de préciser l'évolution au cours du temps du champ des températures au sein d'un liquide contenu dans une enceinte fermée soumise à l'instant initial à un brusque changement de température ambiante.

L'enceinte contenant le liquide est constituée (Fig. 1) par un tube d'acier cylindrique d'une épaisseur de 2 mm disposé verticalement et fermé à ses extrémités par des bouchons isolants de teflon d'épaisseur 30 mm. Le dispositif, à la température initiale d'équilibre T_i , est rapidement placé dans une atmosphère de vapeur d'eau à une pression très légèrement supérieure à la pression atmosphérique. Des thermocouples disposés dans le liquide à différents rayons et à divers niveaux permettent de suivre l'évolution du champ des températures dans le liquide. D'autres thermocouples permettent de repérer d'une part la température de l'atmosphère de vapeur et d'autre part les températures à différentes cotes de la paroi verticale de l'enceinte. L'évolution des températures était enregistrée soit de manière continue à l'aide d'enregistreurs du type Sefram, soit à l'aide d'un voltmètre électronique multi-voies.

Les premiers résultats expérimentaux ont permis d'effectuer les constatations suivantes:

1. La température de paroi atteint très rapidement la température de la vapeur, le temps mis à atteindre cette température étant au maximum de six secondes environ.
2. La distribution de température dans un plan horizontal du liquide est uniforme à la précision des mesures près jusqu'à une distance de la paroi

Symboles grecs

α ,	coefficient de convection;
β ,	coefficient de dilatation;
δ ,	épaisseur de la couche limite;
ΔT ,	différence des températures de paroi et locale;
ϕ ,	flux de chaleur;
λ ,	conductivité thermique du liquide;
μ ,	viscosité du liquide;
ν ,	viscosité cinématique;
ρ ,	masse volumique;
θ ,	$= (T_v - T)/(T_v - T_i)$ température réduite.

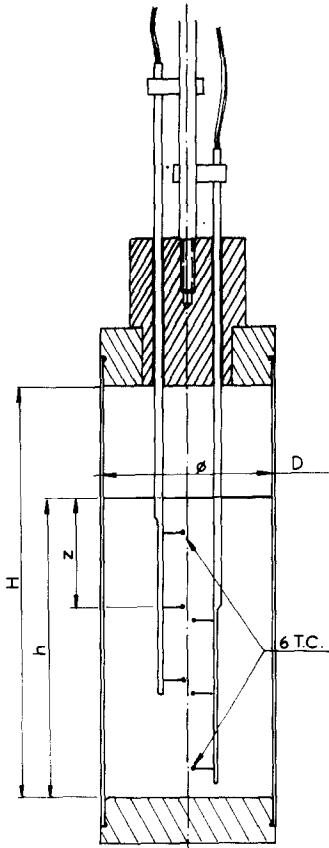


FIG. 1. Schéma du montage expérimental.

inférieure à 5 mm. Ce résultat est extrêmement bien vérifié jusqu'à une distance de 3 mm du niveau supérieur du liquide et de 5 mm du fond du récipient.

3. Les résultats obtenus pour une enceinte de diamètre donné et une même hauteur de liquide sont indépendants de la hauteur de l'enceinte et, en particulier, du fait qu'elle soit pleine ou non.

Ces constatations ont permis de simplifier le dispositif expérimental en limitant la détermination de l'évolution des températures dans le liquide au voisinage de l'axe de symétrie vertical. Pour chaque diamètre testé une seule enceinte a été utilisée dont la hauteur variait de 180–200 mm. Des expériences ont été conduites pour le modèle plein et des hauteurs de liquide de 150, 100 et 70 mm. Les diamètres intérieurs des diverses enceintes étudiées étaient 30, 38, 45, 60, 100 et 125 mm. Le liquide utilisé était le plus souvent de l'eau. Un certain nombre d'expériences ont été cependant conduites avec de l'aniline ou de la glycérine. La température initiale était le plus souvent la température atmosphérique ambiante soit environ 20°C. Afin de préciser l'influence de ce paramètre quelques essais ont été effectués pour l'eau en prenant des températures initiales de 30, 40 et 60°C.

Nous désignerons par T_v la température de l'atmosphère vapeur, T_i la température initiale du liquide, h la hauteur du liquide, z la cote du niveau du liquide

considéré déterminée par rapport à la surface du liquide et par t le temps compté à partir de l'instant d'introduction du modèle dans l'atmosphère vapeur. Nous poserons $\theta = (T_v - T)/(T_v - T_i)$ et $z^* = z/h$. Sur la Fig. 2, nous avons porté à titre d'exemple les résultats obtenus pour différentes conditions expérimentales et une température initiale de 20°C.

Sur cette figure sont tracées les courbes $\theta(t)$ pour différentes valeurs de z^* ainsi que les courbes $z^*(t)$ qui précisent les instants t auxquels le liquide situé à la cote z atteint une température telle que θ soit égal à 0,25, 0,50, 0,75. A titre indicatif les courbes donnant l'évolution de la température de paroi T_p sont aussi représentées.

Les résultats expérimentaux ainsi obtenus semblent permettre la schématisation suivante du problème (Fig. 3). Le liquide s'échauffe dans la couche limite où il est animé d'un mouvement ascendant. Au voisinage immédiat de la surface supérieure, le liquide chauffé s'étend en nappe sur toute celle-ci puis redescend dans la zone centrale située entre les couches limites. Dans un même plan horizontal de cette zone centrale que nous appellerons noyau, la vitesse de l'écoulement semble pouvoir être considérée comme uniforme puisque la température est uniforme.

En effet les transferts de chaleur par conduction longitudinale étant très faibles, la vitesse du front thermique doit être très voisine de la vitesse de l'écoulement. Avec cette hypothèse, la vitesse de l'écoulement est alors déterminée à partir de la pente des courbes $z^*(t)$ tracées sur la Fig. 2. On a pu vérifier que pour l'eau, la vitesse du front thermique dans le noyau central est de l'ordre de quelques mm/s et est beaucoup plus faible pour la glycérine. Cette vitesse diminue lorsque l'on s'enfonce dans le liquide. Elle conserve cependant une valeur pratiquement constante dans la partie supérieure sur, au moins les 8/10^e de la hauteur du liquide, sauf évidemment au voisinage immédiat de la surface.

INTERPRETATION THEORIQUE

Les résultats expérimentaux permettent d'effectuer un certain nombre de constatations pouvant être utilisées comme base d'une étude théorique simplifiée du phénomène.

Le liquide monte en s'échauffant dans la couche limite qui se développe le long des parois verticales du modèle. Etant donné les valeurs importantes du nombre de Grashof, il est possible de supposer que cette couche limite est turbulente et que par suite son épaisseur évolue peu à partir d'une faible distance du fond du modèle. Ce liquide chauffé s'étale en une nappe mince recouvrant toute la surface du liquide puis redescend dans le noyau central avec une vitesse u_c uniforme dans un plan horizontal. A un instant donné cette vitesse évolue peu en fonction de la cote et tant que le diamètre du modèle ne devient pas trop petit, elle conserve une valeur très faible de l'ordre de quelques mm/s. Il est alors possible de conduire les calculs dans la couche limite en supposant la vitesse nulle

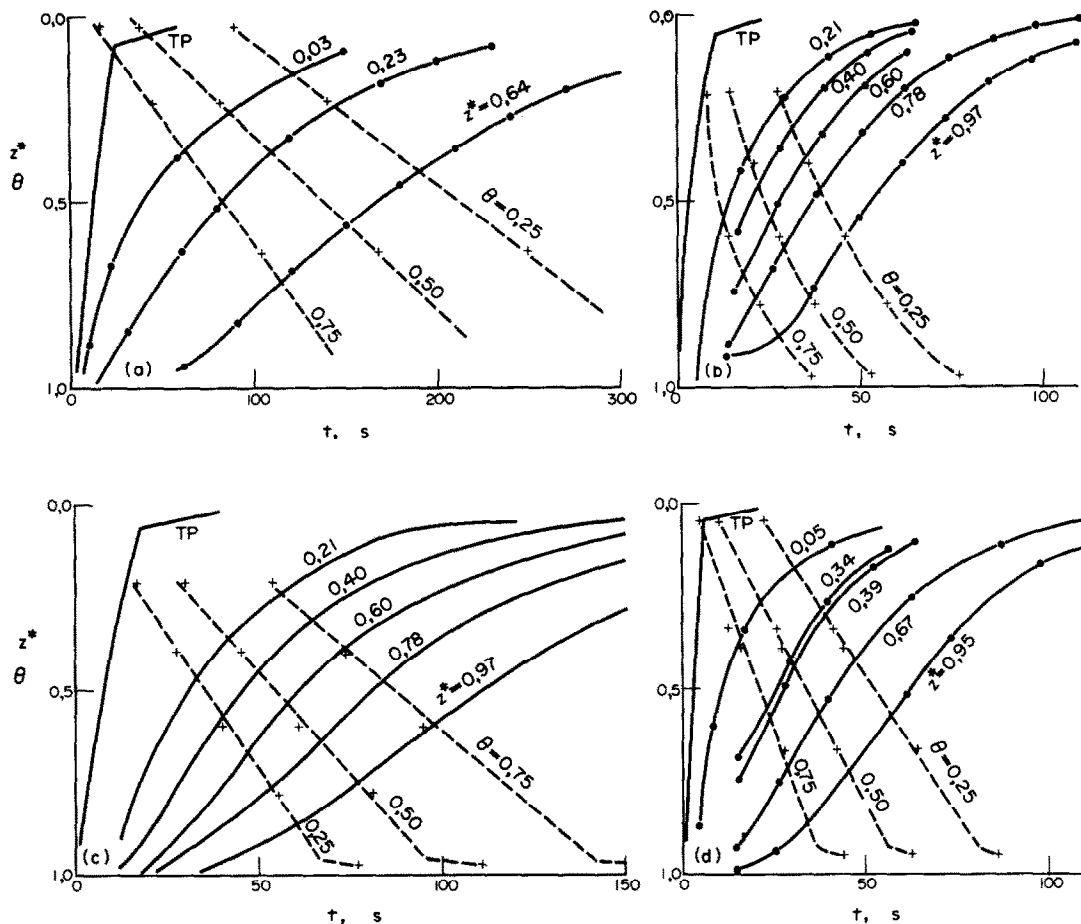


FIG. 2. Evolution de la température en fonction du temps (courbes expérimentales) Nature du liquide: eau, $T_i = 20^\circ\text{C}$, $T_v = 100^\circ\text{C}$. (a) $D = 125\text{ mm}$, $h = 70\text{ mm}$; (b) $D = 30\text{ mm}$, $h = 150\text{ mm}$; (c) $D = 60\text{ mm}$, $h = 150\text{ mm}$; (d) $D = 38\text{ mm}$, $h = 100\text{ mm}$.

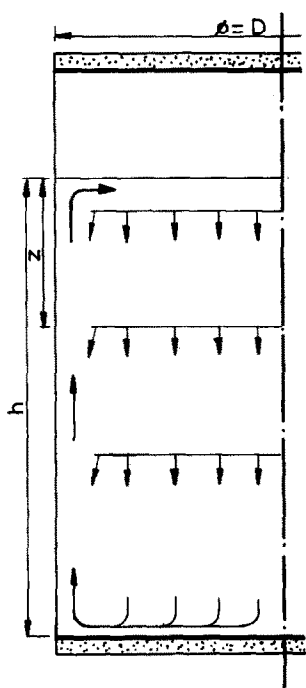


FIG. 3. Schématisation de l'écoulement.

dans le noyau central. L'hypothèse d'une valeur suffisante du diamètre permet simultanément de négliger dans la couche limite les effets de courbure et d'assimiler avec une bonne approximation le problème à celui d'une plaque plane. La paroi atteignant très rapidement la température T_v , nous supposons celle-ci imposée dès l'instant initial. La solution par la méthode intégrale dans le cas d'une température uniforme à l'extérieur de la couche limite conduit à une distribution de vitesse de la forme: $u = u_0 f(y/\delta)$ avec

$$u_0 = \frac{K_1}{x} \nu Gr^{1/2} (1 + 0,494 Pr^{2/3})^{-1/2}$$

$$\delta = K_2 x Gr^{-1/10} Pr^{8/15} (1 + 0,494 Pr^{2/3})^{1/10}$$

en posant

$$Gr = \frac{\beta g \Delta T x^3}{\nu^2}$$

Le débit masse à la cote x étant

$$\dot{m} = \int_0^\delta 2\pi r \rho U dy = 2\pi r \rho u_0 \int_0^\delta (R - y) f\left(\frac{y}{\delta}\right) dy$$

y étant la distance à la paroi. Les hypothèses faites permettent de négliger en première approximation y

devant R dans toute la zone où la vitesse u conserve une valeur importante et nous pouvons écrire:

$$\dot{m} \simeq 2\pi\rho Ru_0 \delta \int_0^1 f\left(\frac{y}{\delta}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

soit, en posant

$$K_1 K_2 \int_0^1 f\left(\frac{y}{\delta}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right) = A,$$

$$\dot{m} = 2\pi A R G r_0^{2/3} P r^{-8/15} (1 + 0,494 P r^{2/3})^{-2/5}.$$

En particulier, à la surface du liquide le débit masse sera:

$$\dot{m}_0 = 2\pi A R \mu G r_0^{2/5} P r^{-8/15} (1 + 0,494 P r^{2/3})^{-2/5}$$

$G r_0$ étant le nombre de Grashof construit sur la hauteur h du liquide.

Le calcul permet d'obtenir la valeur moyenne du nombre de Nusselt sous la forme:

$$Nu_0 = \frac{\alpha h}{\lambda} = B G r_0^{2/5} P r^{7/15} (1 + 0,494 P r^{2/3})^{-2/5}.$$

Les résultats expérimentaux obtenus en convection naturelle turbulente le long d'une plaque isotherme conduisent plutôt à prendre

$$Nu_0 = \frac{\alpha h}{\lambda} = B (G r_0 P r)^{1/3}$$

ce qui nous amène à écrire:

$$\dot{m}_0 = 2\pi A R \mu G r_0^{1/3} P r^{-2/3}.$$

Pour tenir compte du gradient vertical de température dans le noyau central nous écrirons le flux de chaleur pénétrant dans le liquide sous la forme:

$$\phi = 2\pi R h \alpha (T_v - T_m)$$

T_m étant la température moyenne du noyau central, température du liquide en une certaine cote z_m à l'instant considéré. Compte-tenu de la valeur obtenue pour le nombre de Nusselt, nous pouvons écrire:

$$\phi = 2\pi B R \lambda (T_v - T_m) (G r_{0m} P r)^{1/3}$$

$G r_{0m}$ étant construit sur la différence de température moyenne $T_v - T_m$ et sur la hauteur de liquide h .

Ce flux de chaleur servant à échauffer le liquide, nous avons:

$$\phi = \rho C_p \int_0^h \int_0^R 2\pi r \frac{\partial T}{\partial t} dz dr$$

que nous pouvons écrire, puisque dans le noyau central $0 < r < R - \delta$ la température reste uniforme dans un plan horizontal,

$$\phi = \rho C_p \left[\pi (R - \delta)^2 \int_0^h \frac{\partial T}{\partial t} dz + \int_0^h \int_0^R 2\pi r \frac{\partial T}{\partial t} dz dr \right].$$

Dans la couche limite la température au voisinage de la paroi reste pratiquement constante et égale à T_v tandis que du côté du noyau central elle tend rapidement vers la température de ce dernier. δ évoluant peu,

comme nous l'avons souligné, nous pouvons écrire avec une bonne approximation:

$$\phi \simeq \rho C_p \pi (R - e)^2 \int_0^h \frac{\partial T}{\partial t} dz$$

e étant une épaisseur de valeur constante que l'on pourra choisir légèrement inférieure à la valeur moyenne de δ .

En tenant compte de la relation

$$\int_0^h \frac{\partial T}{\partial t} dz = h \frac{\partial T_m}{\partial t},$$

nous pouvons écrire en égalant les deux équations donnant le flux de chaleur pénétrant dans le liquide:

$$2BR\lambda(T_v - T_m)(Gr_0 Pr)^{1/3} = -\rho C_p (R - e)^2 h \frac{\partial(T_v - T_m)}{\partial t}$$

soit

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{T_v - T_m}{T_v - T_i} \right) = -2B \frac{v}{h} \frac{R}{(R - e)^2} Gr_i^{1/3} Pr^{-2/3} \left(\frac{T_v - T_m}{T_v - T_i} \right)^{4/3} \quad (1)$$

Gr_i étant le nombre de Grashof construit sur la différence initiale de température $T_v - T_i$ entre la paroi et le liquide.

Si l'on suppose les propriétés physiques constantes, l'équation s'intègre en:

$$\frac{2}{3} B \frac{v}{h} \frac{R}{(R - e)^2} Gr_i^{1/3} Pr^{-2/3} (t_m - t_0) = \theta_m^{-1/3} - 1 \quad (2)$$

qui donne l'évolution de la température dans le plan de référence en fonction du temps t_m .

Le débit masse dans le noyau central est

$$\dot{m} = \rho \pi (R - e)^2 u_c.$$

L'expérience nous conduisant à supposer que u_c varie peu à un instant donné en fonction de la cote, nous pouvons évaluer ce débit masse à celui existant dans la couche limite au niveau de la surface, soit:

$$\rho \pi (R - e)^2 u_c = 2\pi R A \mu G r_i^{1/3} P r^{-2/3} \theta_m^{1/3}$$

$$u_c = 2A \frac{R}{(R - e)^2} v G r_i^{1/3} P r^{-2/3} \theta_m^{1/3} = \frac{dz}{dt}.$$

Si nous portons dans cette expression la valeur de θ_m déduite de la relation (2) nous obtenons:

$$u_c = \frac{dz}{dt} = 2A \frac{1}{\frac{(R - e)^2}{vR} G r_i^{-1/3} P r^{2/3} + \frac{2B}{3h} (t - t_0)}.$$

Nous pouvons intégrer cette équation entre l'instant t où le front à la température T traverse le plan de cote z et l'instant de référence t_m du passage du front T à la cote de référence z_m où la température est la température moyenne T_m qui est alors égale à la température T étudiée.

Nous obtenons:

$$z - z_m = \frac{3Ah}{B} \left[\text{Log} \frac{(R - e)^2}{vR} G r_i^{-1/3} P r^{2/3} + \frac{2B}{3h} (t - t_0) \right]_t^{t_m}$$

soit

$$e^{\frac{B}{3Ah}(z-z_m)} = \frac{\frac{(R-e)^2}{R} Gr_i^{-1/3} Pr^{2/3} + \frac{2B}{3h}(t-t_0)}{\frac{(R-e)^2}{R} Gr_i^{1/3} Pr^{2/3} + \frac{2B}{3h}(t_m-t_0)}$$

$$e^{\frac{B}{3Ah}(z-z_m)} = \frac{1 + \frac{2B}{3h} \frac{vR}{(R-e)^2} Gr_i^{1/3} Pr^{-2/3}(t-t_0)}{1 + \frac{2B}{3h} Gr_i^{1/3} Pr^{-2/3}(t_m-t_0)}$$

Si nous remarquons que le dénominateur n'est autre que $\theta_m^{-1/3}$ [équation (2)] qui fixe le niveau thermique dont nous étudions la position, nous pouvons écrire :

$$e^{\frac{B}{3Ah}(z-z_m)} = \left[1 + \frac{2B}{3h} \frac{R}{(R-e)^2} Gr_i^{1/3} Pr^{-2/3}(t-t_0) \right] \theta^{1/3}$$

$$e^{\frac{Bz}{3Ah} \theta^{-1/3}} - e^{\frac{Bz_m}{3Ah}} = \frac{2}{3} Be \frac{Bz_m}{3Ah} \frac{vR}{h(R-e)^2} \times Gr_i^{1/3} Pr^{-2/3}(t-t_0)$$

A un instant donné la vitesse du front thermique conservant une valeur pratiquement constante nous pouvons supposer que z_m/h conserve une valeur constante et nous pouvons écrire en posant

$$\frac{z}{h} = z^* \quad \text{et} \quad e^{Bz_m/3Ah} = C$$

$$e^{\frac{Bz^*}{3A} \theta^{-1/3}} - C = \frac{2}{3} BC \frac{vR}{h(R-e)^2} Gr_i^{1/3} Pr^{-2/3}(t-t_0) \quad (3)$$

VERIFICATION EXPERIMENTALE

L'intégration de l'équation (1) a été effectuée en supposant que les propriétés physiques du liquide ne dépendent pas de la température. Cette hypothèse est manifestement par trop approximative et la loi d'évolution de la température en fonction du temps ne doit être que très approchée. Il est aisé de vérifier que si l'on suppose les propriétés physiques fonction de la température, l'allure de la loi d'évolution trouvée en fonction des paramètres géométriques ne sera pas modifiée pour une valeur donnée de la température, c'est-à-dire du paramètre θ . Par exemple, pour un montage et un liquide donnés, l'évolution en fonction du temps de la cote du plan liquide de température T fixée est donnée par une loi de la forme :

$$ae^{\frac{B}{3A} z^*} - C = d(t-t_0)$$

où a, C, d conserveront des valeurs constantes quelle que soit la hauteur de liquide.

Sur la Fig. 4 nous avons porté, pour des capacités de diamètres 30, 38, 60 et 125 mm, les valeurs de $e^{0,9z^*}$ en fonction du temps pour des valeurs θ de 0,25, 0,50 et 0,75 et différents niveaux de remplissage. Nous voyons qu'à condition de prendre $B/3A = 0,9$ les points

expérimentaux se placent effectivement avec une excellente approximation sur des droites.

L'évolution en fonction du rayon est fixée par le groupement $R/(R-e)^2$. Comme nous avons supposé R suffisamment important il nous est possible de remplacer $(R-e)^2$ par sa valeur approchée $R(R-2e)$. Dans ces conditions, pour des valeurs données de z^* et θ et un même liquide, la loi d'évolution conduit à la relation :

$$R-2e \simeq k(t-t_0)$$

Sur la Fig. 5 sont tracés en fonction de R les instants où les fronts thermiques $\theta = 0,25, 0,50$ et $0,75$ passent par les niveaux de cotes réduites $z^* = 0,5$ ou $0,7$. Aux erreurs de mesure près, les points expérimentaux se disposent effectivement sur un faisceau de droites se coupant avec une précision assez remarquable en un point correspondant à une valeur $2e$ d'environ 0,3 cm lorsque le liquide étudié est l'eau.

Nous sommes ainsi amenés à écrire l'équation (3) sous la forme :

$$e^{0,9z^* \theta^{-1/3}} - C = \frac{2}{3} BC \frac{v}{h(R-0,3)} \times Gr^{1/3} Pr^{-2/3}(t-t_0) \quad (4)$$

dans laquelle le rayon R doit être pris en cm.

Sur la Fig. 6 nous avons porté $e^{0,9z^* \theta^{-1/3}}$ en fonction de

$$\frac{v}{h(R-0,3)} Gr^{1/3} Pr^{-2/3} t$$

pour des essais correspondant à de l'eau, de l'aniline et de la glycérine chauffés de 20-100°C. Nous avons pris les valeurs des grandeurs physiques du liquide μ, ρ, β, \dots à la température de 80°C qui correspond à la valeur moyenne $(T_i + 3T_0)/4$ de la température dans la couche limite au cours de l'expérience.

Nous pouvons remarquer une certaine dispersion des points expérimentaux bien que la corrélation des résultats correspondant aux essais effectués avec les différents liquides soit satisfaisante. Un examen plus précis montre qu'en réalité la plus forte dispersion existe dans la zone où se regroupent des essais à basse et à forte température. On est en droit de supposer que cette dispersion provient essentiellement de l'évolution, en fonction de la température, des caractéristiques physiques et en particulier de la viscosité. La représentation adimensionnelle présente malgré tout l'avantage d'être valable pour tous les liquides et toutes les gammes de température. A titre indicatif nous avons tracé sur la Fig. 6 la courbe :

$$e^{0,9z^* \theta^{-1/3}} - 1 = 0,685 \frac{v}{h(R-0,3)} Gr^{1/3} Pr^{-2/3} t$$

INFLUENCE DE L'EVOLUTION DES PROPRIETES PHYSIQUES EN FONCTION DE LA TEMPERATURE

La loi (4) proposée pour des liquides ayant des propriétés physiques constantes, si elle possède l'avantage d'être universelle, ne représente qu'approximativement l'évolution réelle des températures du

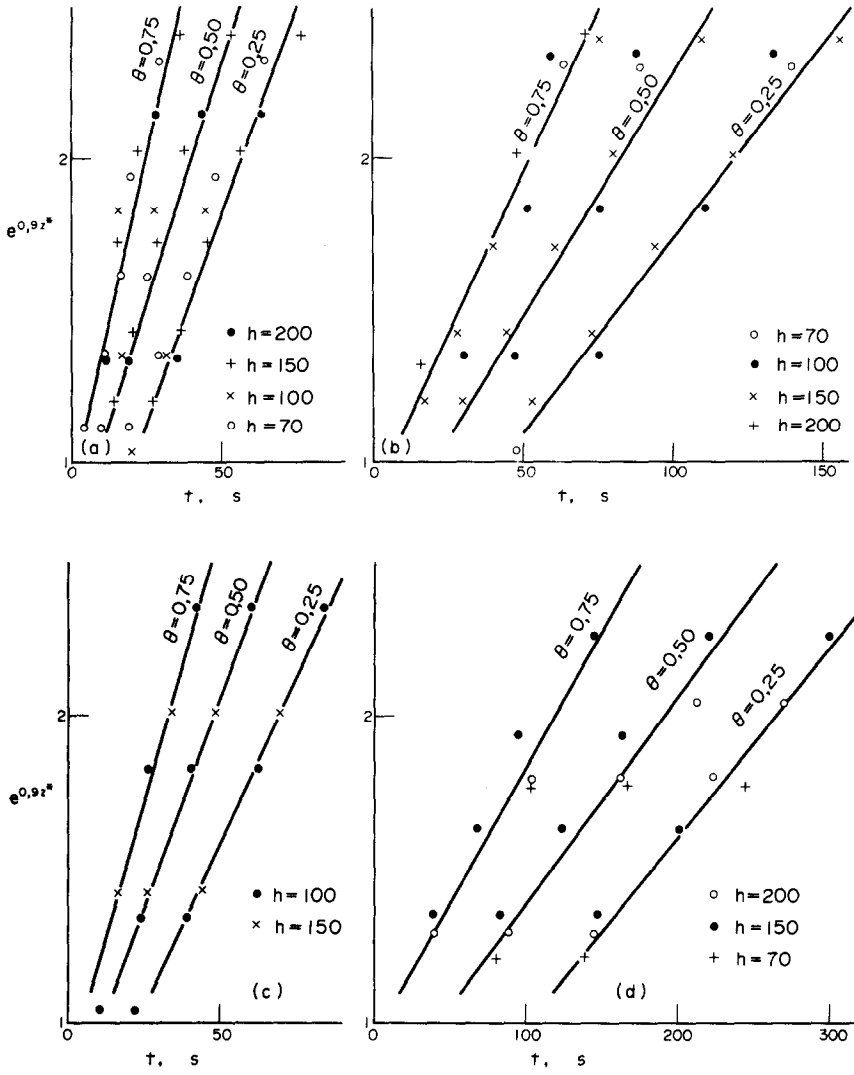


FIG. 4. Evolution de la cote réduite z^* d'un front thermique θ en fonction du temps. Nature du liquide: eau, $T_i = 20^\circ\text{C}$, $T_e = 100^\circ\text{C}$. (a) $D = 30\text{ mm}$, (b) $D = 60\text{ mm}$, (c) $D = 38\text{ mm}$, (d) $D = 125\text{ mm}$.

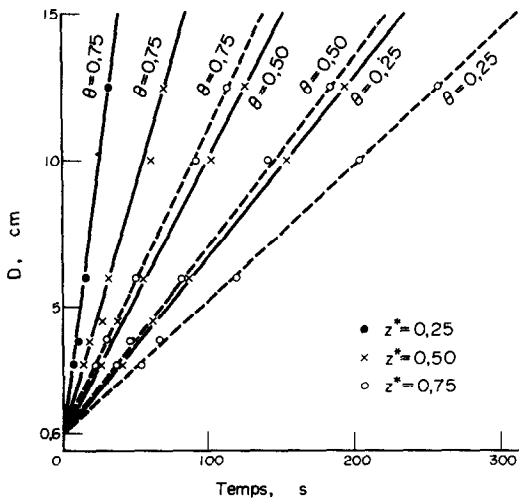


FIG. 5. Courbes donnant en fonction du diamètre l'instant de passage d'un front θ à une même cote réduite z^* .

liquide. Pour obtenir une plus grande précision il est nécessaire de tenir compte de l'évolution en fonction de la température des propriétés physiques du liquide. La solution ne pourra plus s'appliquer qu'à un liquide donné évoluant entre deux températures fixées. La méthode approchée suivante, relativement simple, peut être suggérée.

L'équation différentielle (1) qui régit le phénomène s'écrit:

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial t} = -2B \frac{\nu R}{h(R-e)^2} Gr^{1/3} Pr^{-2/3} \theta_m^{4/3}$$

soit

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial t} = -2B \frac{R}{(R-e)^2} (g\Delta T)^{1/3} \left[\frac{\beta \lambda^2}{\mu \rho C_p^2} \right]^{1/3} \theta_m^{4/3}$$

Le groupement

$$\frac{\beta \lambda^2}{\mu \rho C_p^2} = Y$$

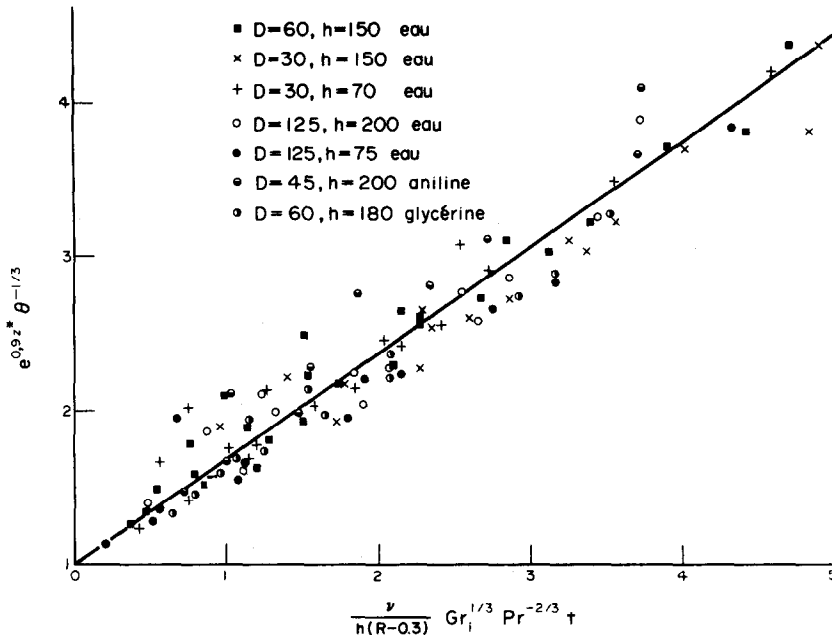


FIG. 6. Evolution sous forme adimensionnelle du front thermique θ .

est fonction de la température. La température moyenne du noyau est T_m , la température de paroi étant T_v . Il semble logique dans ces conditions de prendre la valeur de Y à la température $(T_m + T_v)/2$ température moyenne dans la couche limite. Si nous désignons par Y_{mi} la valeur de Y prise pour la température moyenne $(T_i + T_v)/2$ très rapidement atteinte à partir de l'instant initial il est toujours possible d'écrire avec une approximation suffisante

$$Y = \frac{Y_{mi}}{a + b\theta_m}$$

la valeur de Y étant calculée, comme nous l'avons indiqué à la température $(T_m + T_v)/2$. Par exemple pour l'eau dans le domaine 20–100°C, la relation

$$\frac{Y_{mi}}{Y} = 0,73 + 0,27\theta_m$$

représente l'évolution de Y à environ 1% près.

Nous pouvons alors écrire l'équation différentielle (1) sous la forme:

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial t} = -2B \frac{R}{(R-e)^2} \frac{\nu_{mi}}{h} Gr_{mi}^{1/3} Pr_{mi}^{-2/3} \frac{\theta_m^{4/3}}{a + b\theta_m}$$

qui donne après intégration:

$$\theta_m^{-1/3} \left(a - \frac{b}{2} \theta_m \right) - C = \frac{2}{3} B \frac{R}{(R-e)^2} \frac{\nu_{mi}}{h} \times Gr_{mi}^{1/3} Pr_{mi}^{-2/3} (t_m - t_0).$$

Les nombres de Grashof Gr_{mi} et de Prandtl Pr_{mi} étant pris à la température moyenne initiale de la couche limite $\frac{1}{2}(T_i + T_v)$.

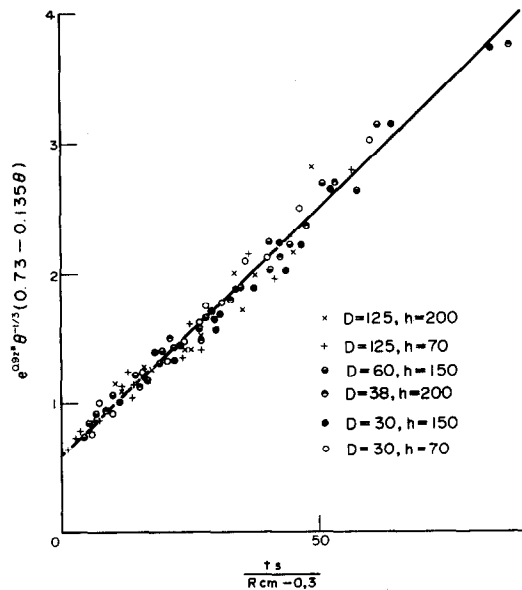


FIG. 7. Corrélation tenant compte de l'évolution des propriétés physiques en fonction de la température: cas de l'eau échauffée de 20–100°C.

Si nous transposons cette loi d'évolution de la température en fonction du temps dans l'équation (4) nous obtenons la température du niveau de cote z sous la forme:

$$e^{0.9z} \theta^{-1/3} \left(a - \frac{b}{2} \theta \right) - C = \frac{2}{3} BC \frac{\nu_{mi}}{h(R-0,3)} Gr_{mi}^{1/3} Pr_{mi}^{-2/3} (t - t_0).$$

Sur la Fig. 7 nous avons porté pour de l'eau échauffée de 20–100°C $e^{0,92\theta} \theta^{-1/3} (0,73 - 0,135\theta)$ en fonction de

$$\frac{t}{R-0,3}$$

Nous voyons qu'effectivement les points expérimentaux se regroupent de manière satisfaisante sur la droite

$$e^{0,92\theta} \theta^{-1/3} (0,73 - 0,135\theta) - 0,58 \approx 3,82 \cdot 10^{-2} \frac{t}{R-0,3}$$

BIBLIOGRAPHIE

1. A. J. Ede, Advances in free convection, in *Adv. Heat Transfer*, Vol. 4, Academic Press, New York (1967).
2. G. D. Raithby et K. G. T. Hollands, A general method of obtaining approximate solutions to laminar and turbulent free convection problems, in *Advances in Heat Transfer*, Vol. 11, Academic Press, New York (1975).
3. A. Rubel et F. Landis, Laminar natural convection in a rectangular enclosure with moderately large temperature differences, in *Heat Transfer*, Vol. 4, Elsevier, Amsterdam (1970).
4. R. W. Thomas et D. G. De Wahz, Natural convection in annular and rectangular cavities. A numerical study, in *Heat Transfer*, Vol. 4, Elsevier, Amsterdam (1970).
5. H. Mouton et J. C. Couanon, Etude théorique de la convection naturelle de la chaleur dans des espaces annulaires verticaux, *C.R. Hebd. Seanc. Acad. Sci., Paris* **270**, 279–281 (1970).
6. J. A. Mynett et D. Duxbury, Temperature distributions within enclosed plane air cells associated with heat transfer by natural convection, in *Heat Transfer*, Vol. 3, p. 119, Elsevier, Amsterdam (1974).

FREE CONVECTION FOR LIQUIDS ENCLOSED IN VERTICAL CYLINDRICAL CAPACITIES WITH SUDDEN AMBIENT TEMPERATURE CHANGE

Abstract—An experimental and theoretical study of unsteady free convection is presented for liquids enclosed in cylindrical, vertical cavities with isolated extremities. A non-dimensional correlation is approximated. The case of liquid with variable physical properties is investigated.

FREIE KONVEKTION IN EINEM GESCHLOSSENEN, VERTIKALEN, MIT FLÜSSIGKEIT GEFÜLLTEN ZYLINDER BEI PLÖTZLICHER ÄNDERUNG DER UMGEBUNGSTEMPERATUR

Zusammenfassung—Es wird die freie Konvektion in einem stehenden, flüssigkeitsgefüllten Zylinder mit adiabaten Enden im instationären Zustand experimentell und theoretisch untersucht. Eine dimensionslose Näherungsformel wird angegeben. Der Fall der Flüssigkeit mit veränderlichen physikalischen Eigenschaften wird erwähnt.

СВОБОДНАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЖИДКОСТЯХ, НАХОДЯЩИХСЯ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЁМКОСТЯХ, ПРИ ВНЕЗАПНОМ ИЗМЕНЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Аннотация—Проведено экспериментальное и теоретическое исследование нестационарной свободной конвекции в жидкостях с переменными физическими свойствами, находящихся в цилиндрических вертикальных ёмкостях с изолированными торцевыми стенками.